



TITLE:

最適t-政策の数値列: ワイブル分布
下での不完全修理問題について: 小
修理を含まない場合について (数理
最適化の理論とアルゴリズム)

AUTHOR(S):

瀬川, 良之

CITATION:

瀬川, 良之. 最適t-政策の数値列: ワイブル分布下での不完全修理問題について: 小修理を
含まない場合について (数理最適化の理論とアルゴリズム). 数理解析研究所講究録 2001,
1241: 196-204

ISSUE DATE:

2001-12

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/41644>

RIGHT:

最適 t -政策の数値例

(ワイブル分布下での不完全修理問題について)

-小修理を含まない場合について-

瀬川良之 (Yoshiyuki SEGAWA :e-mail to segawa@kyotogakuen.ac.jp)

京都学園大学経営学部 (Faculty of Business Administration, Kyotogakuen Univ.)

1 理論的背景

モデルと理論的背景

この報告は、車が故障したときなどに、それが買ってまだ間もないものならば、修理代を出来るだけ安く納めたいと考え、だいたい使い込んできたものならば、オーバーホールのように少しお金が掛かってもいいから徹底的に悪いところを直してしまおうと考えるような、普段我々が何気なく行っている修理に関する選択を理論的に正当化し、この理論に基づいてそのような選択を分ける分岐点を数値的に求める手法を提供するものである。

さて、修理費用が安いに越してたことはないことから、費用を最小化するために常に最小の値段で修理して貰える修理店に依頼する方が良いという考え方もあるであろう。しかし、何故我々はあえて割高な修理を選択することがあるのであろうか。はたして、割安な修理と割高な修理の間に如何なる違いを設定したら我々は納得するであろうか。まず、この納得できる設定を考えよう。同じ状況に対して価格の高い方を選択するためには、価格以外の何らかの尺度が考慮されていなければならない。そこで、我々はその尺度に優秀さという考え方を採用し、それを Brown and Proschan (1983) によって導入された不完全修理によって表すものとする。それは、まず、車などの一つのシステムに対して、年齢および故障率という属性を与え、年齢が高くなるほど故障率が増加するという性質を与える。次に、このシステムが年齢 x で故障したときに不完全修理を行うと、費用 c の負担が必要であり、修理が完了すると確率 p で新品と同様の状態となり（完全修理：システムの年齢は x ，すなわち、新品と同様の状態になる）、確率 $1-p$ で故障したときと同じ状態にあるシステムとして（小修理：システムの年齢は x ，すなわち、故障する直前の状態になる）機能し始めるものとする。 p を不完全修理における再生確率という。修理の優秀さをこの確率 p の大きさに表し、 p の値が大きければ大きいほど優秀な修理であることを意味することとしよう。

さて、先ほどのような割高な修理が選択されるためには、直感的に少なくとも次のような条件が満たされている必要があろう。まず、割安な修理を R_1 で表し費用 c_1 を要するものとする、また、割高な修理を R_2 で表し費用 c_2 を要するものとする。このとき、 $c_1 < c_2$ である。割高な修理が優秀であるために、割安な修理の再生確率を p_1 、割高な修理の再生確率を p_2 と置くと、割高な修理の方が再生確率が高くなければならない。このとき、 $p_1 < p_2$ である。さらに、割高な修理を選択するのは故障率の低下を期待するものであるから、故障率が年齢と共に増加していくシステム (IFR: Increasing Failure Rate) を取り扱うものとする。ここでは、再生確率と費用がトレードオフしていることから、2つの修理の内ど

ちらを選択すべきかという問題が発生する。故障率増大は、残余寿命の減少として実感される。我々は、長時間平均費用規範で考えたとき、個別の費用より故障率の減少、すなわち、残余寿命の増加を優先させるときがあることをこの報告は述べている。つまり、2つの選択を切り替える切り替え年齢が求められ、その年齢以下ならば割安な修理を行い、その年齢を越えているならば割高な修理を選択することが最適であることが示される。この政策を t -政策という。さらに、故障率の変化が Weibull 分布に従うならば、この切り替え年齢を数値的に求めることができ、その値はパラメータに対して単調な変化をすることが観察できる。

さて、この t -政策の最適性を証明すし、その性質を調べるために、システムを表現する次のような定義を導入する。

定義 1 $S := \mathbb{R}_+ = [0, \infty)$, 状態空間, システムの年齢を表す;

$A := \{1, 2\}$, 決定空間, $\{1, 2\}$ はそれぞれ修理 $\{R_1, R_2\}$ を表す;

p_i : 決定 $i \in A$ に対応する再生確率;

c_i : 決定 $i \in A$ に要する費用;

$\lambda(x)$: システムの状態 $x \in S$ における故障率. \square

また、システムの挙動を表現する次のような記号を導入する。このとき、次の仮定が成り立っているものとする。

定義 2 故障回数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対する過程を記述するための定義

X_n^b : 第 n 回目の稼働時のシステムの年齢;

X_n^f : 第 n 回目の故障時のシステムの年齢;

T_n : 第 n 回目の故障時までの総稼働時間;

τ_n : 第 n 回目の連続稼働期間;

a_n : 第 n 回目の故障に対して採用された決定;

$H_n := (X_1^b, X_1^f, a_1, X_2^b, X_2^f, a_2, \dots, X_n^b, X_n^f, a_n)$, 第 n 回目の決定までの履歴. \square

仮定 1 (A1): $0 < p_1 < p_2 \leq 1$;

(A2): $0 < c_1 < c_2$;

(A3): $\lambda(x)$ は x に関して非減少である, すなわち, $\lambda(x_1) \leq \lambda(x_2), \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+, x_1 \leq x_2$, である。

この性質を *IFR* と呼ぶ;

(A4): $p_1 c_2 - p_2 c_1 < 0$. \square

このうち仮定 4 は有限な値の切り替え点が存在するための必要条件である。

システムの保全は次のようにして行われる。保全活動としては故障時の修理のみを扱う。また、保全に要する時間は無視できるほど短いものとする。システムの年齢が X_n^f の時に第 n 回目の故障が起こり、この故障に対して決定 a_n が選択されたとする。その結果、修理費用 c_{a_n} が発生し、 p_{a_n} の再生確率を持つ不完全修理が施される。すなわち、保全終了後、システムは確率 p_{a_n} で年齢 0 から、また、確率 $1 - p_{a_n}$ で年齢 X_n^f から稼働し始めるものとする。このようにして $n+1$ 回目システムが稼働し始めたときの年齢を X_{n+1}^b で表すこととする。最初にシステムが稼働し始めたときの年齢を $X_1^b = x$ とすると、第 n 回目の稼働時間は確率変数 $\tau_n = X_n^f - X_n^b$ で表される。ここで、 $n = 1, 2, \dots$ である。第 n 回目の故障までの総稼働時間は $T_n = \sum_{k=1}^n \tau_k$ で表される。我々の目的は、期待時間平均費用規範

$$\phi_\pi(x) = \limsup_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{E_\pi[\sum_{k=1}^n c_{a_k} \mid X_1^b = x]}{E_\pi[\sum_{k=1}^n \tau_k \mid X_1^b = x]} \right\} \quad (1.1)$$

の下で期待時間平均費用を最小にする政策 π^* を見つけだすことにある。ここで政策 π とは、過去の履歴 H_n を考慮して n 回目の決定 a_n を選ぶことの出来る任意の選択法則の集合 Π の元である。

さて、故障率さえ定義されれば、信頼度関数 $\bar{F}(x)$ およびその確率密度関数 $f(x)$ は故障率によって自動的に次のように与えられる。

$$\bar{F}(x) = \exp \left\{ - \int_0^x \lambda(y) dy \right\}, \quad f(x) = \frac{f(x)}{\bar{F}(x)} \bar{F}(x) = \lambda(x) \bar{F}(x). \quad (1.2)$$

以上のシステムに対して Ross (1970) および瀬川・大西 (2001) によって政策の最適性を判定するための定理が与えられる。

定理 1 (最適性方程式) もし、相対値関数と呼ばれるある有界な関数 $v(x)$ とある定数 g が存在して

$$v(x) = \min_{i \in \{1,2\}} \left\{ c_i + p_i \left\{ \int_0^\infty v(y) f(y) dy - g \int_0^\infty \bar{F}(y) dy \right\} + \frac{1-p_i}{\bar{F}(x)} \left\{ \int_x^\infty v(y) f(y) dy - g \int_x^\infty \bar{F}(y) dy \right\} \right\}, \quad x \in S, \quad (1.3)$$

を満たすならば、システムの状態が x であるときに、上式の右辺を最小化する決定によって構成される任意の政策 π^* は

$$\phi_{\pi^*}(x) = g = \min_{\pi \in \Pi} \phi_\pi(x), \quad \forall x \in S, \quad (1.4)$$

を満たす。このような v および g を最適な相対値関数および最適な平均費用と呼ぶ。□

さて、このようなシステムに対して瀬川・大西 (2001) は最適な相対値関数 $v^*(x)$ を

$$v^*(x) = \begin{cases} \frac{c_1}{p_1} - \frac{1-p_1}{p_1} c_1 \bar{F}^{-p_1}(x) + (1-p_1) g^* \bar{F}^{-p_1}(x) \int_0^x \bar{F}^{p_1}(y) dy, & x \in [0, t^*], \\ \frac{c_2}{p_2} - (1-p_2) g^* \bar{F}^{-p_2}(x) \int_x^\infty \bar{F}^{p_2}(y) dy, & x \in (t^*, \infty). \end{cases} \quad (1.5)$$

のように陽に与えることによって、これが最適性方程式を満たし、故障したシステムの年齢が $[0, t^*]$ の間にあるときには修理 R_1 を、 (t^*, ∞) の間にあるときには修理 R_2 を選択することが最適であること、すなわち、 t -政策が最適であることを証明した。ここで、 t^* は

$$z(x) = - \frac{(p_1 c_2 - p_2 c_1) \bar{F}^{p_2}(x) \int_0^x \bar{F}^{p_1}(y) dy}{p_2(p_2 - p_1) \int_x^\infty \bar{F}^{p_2}(y) dy} - \frac{p_1 c_2 - p_2 c_1}{p_1(p_2 - p_1)} \bar{F}^{p_1}(x) - \frac{c_1}{p_1}, \quad (1.6)$$

と置くとき、 $z(x) = 0$ の解であり、 g^* はこの t^* を用いて

$$g^* = \frac{(p_1 c_2 - p_2 c_1) \bar{F}^{p_1}(t^*) + (p_2 - p_1) c_1}{p_1(p_2 - p_1) \int_0^{t^*} \bar{F}^{p_1}(y) dy} = - \frac{(p_1 c_2 - p_2 c_1) \bar{F}^{p_2}(t^*)}{p_2(p_2 - p_1) \int_{t^*}^\infty \bar{F}^{p_2}(y) dy}. \quad (1.7)$$

のように与えられる定数である。さらに、

$$\begin{aligned} z'(x) &= - \left\{ \frac{p_1 c_2 - p_2 c_1}{p_2(p_2 - p_1) \left(\int_x^\infty \bar{F}^{p_2}(y) dy \right)^2} \right\} \\ &\quad \times \left\{ \bar{F}^{p_2}(x) \int_0^x \bar{F}^{p_1}(y) dy + \bar{F}^{p_1}(x) \int_x^\infty \bar{F}^{p_2}(y) dy \right\} \left\{ \bar{F}^{p_2}(x) - p_2 \lambda(x) \int_x^\infty \bar{F}^{p_2}(y) dy \right\} \\ &= -(p_1 c_2 - p_2 c_1) C^+(x) \theta(x, p_2) > 0, \end{aligned}$$

のように与えられることから、 $z(x)$ は厳密に単調増大であり、 $z(0) < 0$ および $z(\infty) = \infty$ であることにより、 $z(x) = 0$ の解は唯一であることが保証される。ただし、 $C^+(x)$ はある正の値をとる関数である。また、 $\theta(x, p)$ は $0 < p \leq 1$ のとき

$$\theta(x, p) = \bar{F}^p(x) - p\lambda(x) \int_x^\infty \bar{F}^p(y) dy, \quad (1.9)$$

で定義される値であり、形状パラメータが 1 より大きい Weibull 分布に対しては正の値をとる。

以上のように、 $z(x)$ と $z'(x)$ の値が陽に与えられることから、それらの値を数値的に求めることが出来ればニュートン法によって t^* の値を計算することが出来る。

次に、この数値計算の手順を示し、計算結果に基づいて考察を行う。

2 数値計算

この節では、故障率が Weibull 分布に従うとき、不完全ガンマ関数の級数展開を利用することにより、最適な切り替え点の値を数値的に求めることが出来ることを述べ、その結果について考察する。

まず、一般的な Weibull 分布の表現を与える。

定義 3 (Weibull 分布) 形状パラメータ $m > 1$ 、および、尺度パラメータ $\eta > 0$ を持つ Weibull 分布の故障率、確率密度関数、信頼度関数は次のように与えられる。

$$\lambda(x) = \frac{m}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{m-1}, \quad f(x) = \frac{m}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{m-1} e^{-(x/\eta)^m}, \quad \bar{F}(x) = e^{-(x/\eta)^m}. \quad \square \quad (2.1)$$

続いて、ガンマ関数、および、不完全ガンマ関数の定義を与える。

定義 4 (ガンマ関数、および、不完全ガンマ関数) $a > 0$ に対するガンマ関数 $\Gamma(a)$ 、および、 $a > 0, x \geq 0$ に対する不完全ガンマ関数 $G(a, x)$ は次の通りである。

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty e^{-t} t^{a-1} dt, \quad G(a, x) = \int_0^x e^{-t} t^{a-1} dt. \quad (2.2)$$

さらに、

$$\bar{G}(a, x) = \Gamma(a) - G(a, x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{a-1} dt. \quad (2.3)$$

を与える。 \square

以上の定義により、信頼度関数の p 乗の定積分を不完全ガンマ関数によって表現することが出来る。

$$\int_0^x \bar{F}^p(y) dy = \int_0^x e^{-p(y/\eta)^m} dy = \frac{\eta}{mp^{1/m}} \int_0^{p(x/\eta)^m} e^{-t} t^{\frac{1}{m}-1} dt = \frac{\eta}{mp^{1/m}} G\left(\frac{1}{m}, p\left(\frac{x}{\eta}\right)^m\right), \quad (2.4)$$

$$\int_x^\infty \bar{F}^p(y) dy = \frac{\eta}{mp^{1/m}} \bar{G}\left(\frac{1}{m}, p\left(\frac{x}{\eta}\right)^m\right). \quad (2.5)$$

一方、奥村 (1991) から、不完全ガンマ関数の級数展開が次のように与えられる。

$$G(x, a) = e^{-x} x^a \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{a^{n+1}}, \quad \text{for } 0 \leq x \ll a, \quad (2.6)$$

$$\bar{G}(x, a) = e^{-x} x^a \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-a)^{\bar{n}}}{(n+1)! l_n l_{n+1}}, \quad \text{for } a \ll x, \quad (2.7)$$

ここで, $l_n = L_n^{(-a)}(-x)$ は Laguerre の漸化式であり

$$l_0 = 1, \quad l_1 = x + 1 - a, \quad l_n = ((n-a-1)(l_{n-1} - l_{n-2}) + (n+a)l_{n-1})/n, \quad (2.8)$$

によって与えられる. ただし, $x^{\bar{n}} = x(x+1)(x+2)\cdots(x+n-1)$ である. 上記の不完全ガンマ関数の級数展開から指数項を分離したものを

$$K(a, x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{a^{n+1}}, \quad \text{for } 0 \leq x \ll a, \quad (2.9)$$

$$\bar{K}(a, x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-a)^{\bar{n}}}{(n+1)! l_n l_{n+1}}, \quad \text{for } a \ll x, \quad (2.10)$$

のように与える. これによって, 不完全ガンマ関数は次のように書き直すことが出来る.

$$e^{-x} x^a K(a, x) = G(a, x) = \Gamma(a) - \bar{G}(a, x), \quad \text{for } 0 \leq x \ll a, \quad (2.11)$$

$$e^{-x} x^a \bar{K}(a, x) = \bar{G}(a, x) = \Gamma(a) - G(a, x), \quad \text{for } a \ll x. \quad (2.12)$$

ここでこのような表現が必要になる理由は, $z(x), z'(x)$ とともに x が a に比べて十分に大きいときには, $z(x), z'(x)$ の分母および分子に現れる $\bar{G}(a, x)$ の x に対する指数部が強く作用し, コンピュータのメモリー上の有効桁数が小さくなることによって, $z(x), z'(x)$ の収束が不安定になるからである. その対策として, x が a に比べて十分に大きいときには, 分母分子でその指数部を消去することによって収束を安定させることとする.

ニュートン法のアルゴリズムは次のように表現される.

最適な切り替え点 t^* を求めるアルゴリズム

Step 0 (初期化): $x^{(0)} := 1, x^* = x^{(0)}, k = 1$

Step k: $x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{z(x^{(k)})}{z'(x^{(k)})}$

if $|x^{(k+1)} - x^*| < 10^{-10}$

then **Stop.** x^* is optimal.

else $x^* = x^{(k+1)}$. Let $k := k + 1$ and **Go to Step k.**

Where

$$a_1 := \frac{1}{m}, \quad x_1 := p_1 \left(\frac{x}{\eta} \right)^m, \quad x_2 := p_2 \left(\frac{x}{\eta} \right)^m, \quad (2.13)$$

if $0 \leq x_2 < 1 + a_1$, then

$$z(x) := -\frac{(p_1 c_2 - p_2 c_1)(p_2/p_1)^{a_1} e^{-x_2} G(a_1, x_1)}{p_2(p_2 - p_1) \bar{G}(a_1, x_2)} - \frac{p_1 c_2 - p_2 c_1}{p_1(p_2 - p_1)} e^{-x_1} - \frac{c_1}{p_1}, \quad (2.14)$$

$$z'(x) := -\frac{p_1 c_2 - p_2 c_1}{p_2(p_2 - p_1)} \left\{ \frac{(p_2/p_1)^{a_1} e^{-x_2} G(a_1, x_1)}{\bar{G}(a_1, x_2)} + e^{-x_1} \right\} \left\{ \frac{m p_2^{a_1} e^{-x_2}}{\eta \bar{G}(a_1, x_2)} - \frac{m p_2 x^{m-1}}{\eta^m} \right\}, \quad (2.15)$$

if $1 + a_1 \leq x_2$, then

$$z(x) := -\frac{(p_1 c_2 - p_2 c_1)(p_2/p_1)^{a_1} G(a_1, x_1)}{p_2(p_2 - p_1) x_2^{a_1} \bar{K}(a_1, x_2)} - \frac{p_1 c_2 - p_2 c_1}{p_1(p_2 - p_1)} e^{-x_1} - \frac{c_2}{p_1}, \quad (2.16)$$

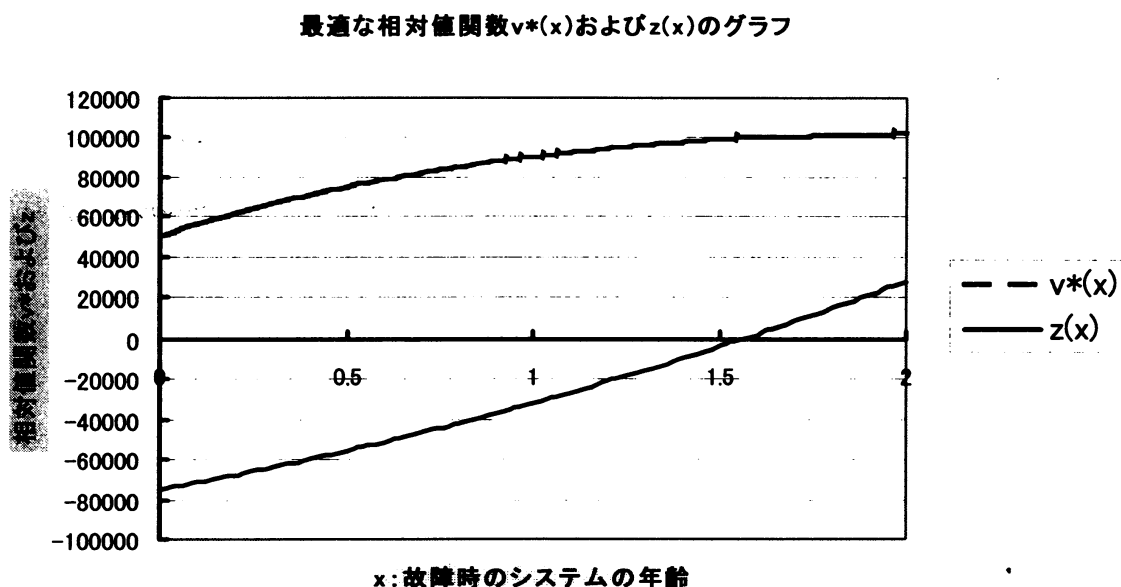
$$z'(x) := -\frac{p_1 c_2 - p_2 c_1}{p_2(p_2 - p_1)} \left\{ \frac{\eta G(a_1, x_1)}{x p_1^{a_1} \bar{K}(a_1, x_2)} + e^{-x_1} \right\} \left\{ \frac{m}{x \bar{K}(a_1, x_2)} - \frac{m p_2 x^{m-1}}{\eta^m} \right\}. \quad (2.17)$$

参考文献

- [1] Barlow, R. E. and Hunter, L. C., "Optimal preventive maintenance policies", *Operations Research*, Vol.8, pp.90-100, (1960).
- [2] Block, H. W., Borges, W. S. and Savitis, T. H., "Age-Dependent Minimal Repair", *Journal of Applied Probability*, Vol.22, pp.370-385, (1985).
- [3] Brown, M. and Proschan, F., "Imperfect Repair", *Journal of Applied Probability*, Vol.20, pp.851-859, (1983).
- [4] Last, G. and Szekli, R., "Stochastic Comparison of Repairable Systems by Coupling", *Journal of Applied Probability*, Vol.35, pp.348-370, (1998).
- [5] Ohnishi, M., "Optimal Minimal-Repair and Replacement Problem under Average Cost Criterion: Optimality of (t, T) -Policy", *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.40, pp.373-389, (1997).
- [6] Phelps, R. I., "Optimal Policy for Minimal Repair", *Journal of the Operations Research Society*, Vol.34, No.5, pp.425-427, (1983).
- [7] Ross, S. M., "Average Cost Semi-Markov Decision Processes", *Journal of Applied Probability*, Vol.7, pp.649-656, (1970).
- [8] Segawa, Y., Ohnishi, M. and Ibaraki, T., "Optimal Minimal-Repair and Replacement Problem with Age Dependent Cost Structure". *Computers Math. Applic.*, Vol.24, No.1/2, pp.91-101, (1992).
- [9] Shaked, M. and Shanthikumar, J. G. "Multivariate Imperfect Repair", *Operations Research Society of America*, Vol.34, No. 3, pp.437-448, (1986).
- [10] Segawa, Y. and Ohnishi, M., "The Average Optimality of a Repair-Limit Replacement Policy", *Mathematical and Computer Modeling* 31, pp.327-334, (2000).
- [11] 瀬川良之, 大西匡光, 「年齢不完全修理問題における t -政策の最適性-小修理を含まない場合について-」, 京都学園大学経営学部論集第 11 巻第 1 号, (2001).
- [12] 奥村晴彦, 『C 言語によるアルゴリズム辞典』, 技術評論社, 1991 年.

以下の数値計算では $p1=1/3$, $p2=2/3$, $c1=50,000$ 円, $c2=75,000$ 円と設定するものとする。

- 1) 形状パラメータ $m=2$, 尺度パラメータ $\eta=1$ に対応する v^* および z のグラフ。



- 2) 最適な切り替え年齢 t^* の形状パラメータ m , および, 尺度パラメータ η に対する値。

m : shape parameter (形状パラメータ)

		1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5
eta:	0.5	2.043	0.7815	0.5449	0.4546	0.4098	0.3842	0.3683	0.3578	0.3506
	1	4.0859	1.5629	1.0897	0.9093	0.8196	0.7684	0.7365	0.7155	0.7011
scale	1.5	6.1289	2.3444	1.6346	1.3639	1.2294	1.1526	1.1048	1.0733	1.0517
	2	8.1719	3.1258	2.1795	1.8185	1.6392	1.5368	1.473	1.431	1.4022
parameter	2.5	10.215	3.9073	2.7243	2.2732	2.049	1.921	1.8413	1.7888	1.7528
	3	12.258	4.6887	3.2692	2.7278	2.4588	2.3051	2.2095	2.1466	2.1034
(尺度パラ	3.5	14.301	5.4702	3.8141	3.1825	2.8686	2.6893	2.5778	2.5043	2.4539
	4	16.344	6.2516	4.3589	3.6371	3.2784	3.0735	2.9461	2.8621	2.8045
メータ)	4.5	18.387	7.0331	4.9038	4.0917	3.6882	3.4577	3.3143	3.2198	3.155
	5	20.43	7.8145	5.4487	4.5464	4.098	3.8419	3.6826	3.5776	3.5056

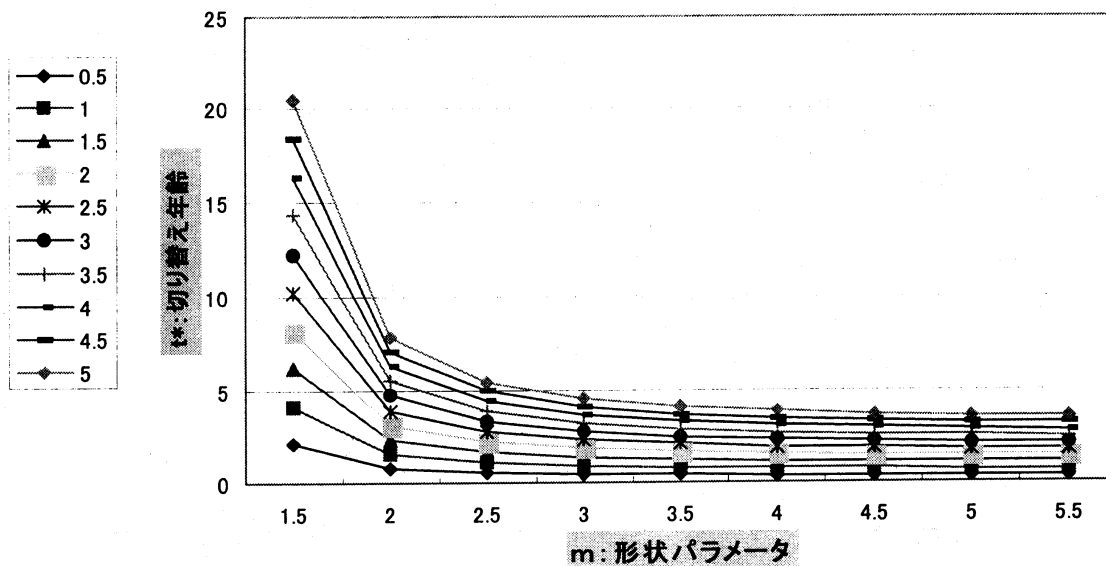
最適切り替え点 t^* の値 for parameter (m, η)

m =分布のなだらかさ(m が大きいと分散が小さく, 平均故障時間が短くなる)

eta=時間縮尺(eta が大きいと長命に)

$$p1*c2-p2*c1=-8333$$

パラメータm, etaによる切り替え点の変化



3) 最適な時間平均費用 g^* の m , および, η に対する値.

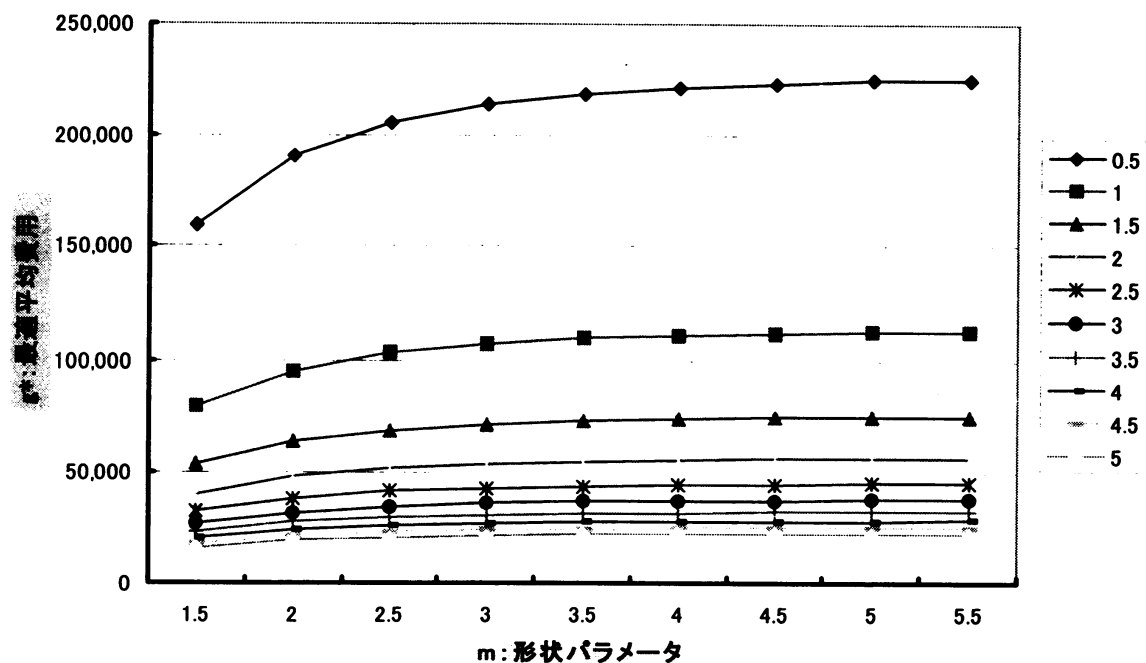
m : shape parameter (形状パラメータ)

		1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5
eta: scale parameter (尺度パラ メータ)	0.5	159,565	190,648	205,880	214,035	218,744	221,619	223,446	224,643	225,444
	1	79,782	95,324	102,940	107,018	109,372	110,809	111,723	112,322	112,722
	1.5	53,188	63,549	68,627	71,345	72,915	73,873	74,482	74,881	75,148
	2	39,891	47,662	51,470	53,509	54,686	55,405	55,862	56,161	56,361
	2.5	31,913	38,130	41,176	42,807	43,749	44,324	44,689	44,929	45,089
	3	26,594	31,775	34,313	35,673	36,457	36,936	37,241	37,441	37,574
	3.5	22,795	27,235	29,411	30,576	31,249	31,660	31,921	32,092	32,206
	4	19,946	23,831	25,735	26,754	27,343	27,702	27,931	28,080	28,180
	4.5	17,729	21,183	22,876	23,782	24,305	24,624	24,827	24,960	25,049
	5	15,956	19,065	20,588	21,404	21,874	22,162	22,345	22,464	22,544

最適時間平均費用 g^* の値 for parameter (m, η)

m =分布のなだらかさ(m が大きいと分散が小さく, 平均故障時間が短くなる)

η =時間縮尺(η が大きいと長命に)

パラメータ m, η による最適平均費用 g^* の変化

計算結果の考察

ニュートン法は、数回の繰り返しで 10^{-10} 以下の精度で収束した。

最適な切り替え点 t^* の値は、パラメータ m に関して単調に減少し、また、パラメータ η に関して単調に減少する傾向を示した。

最適な時間平均費用 g^* は、パラメータ m に関して単調に増加し、また、パラメータ η に関して単調に増加する傾向を示した。

今後の研究方向として、実際のデータとの比較を試みようと考えている。例えば、車の修理問題を考えるならば、利用者は実際にどのような保全行動を行っているのかのデータに基づいてパラメータを推定し、現実に支払っている費用と、この計算で求めた理論的な最適費用との比較を行って、消費者の行動の最適性について検討することは大変に興味深いことと考えている。